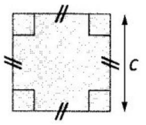
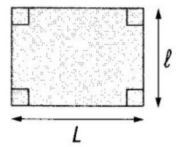
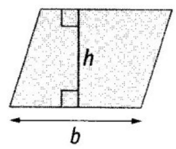
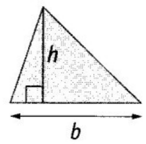
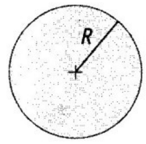
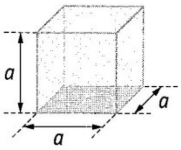
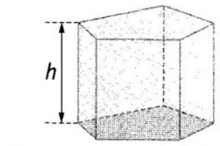
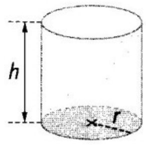
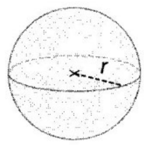
3$^{\text{ème}}$ GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

1. Rappels

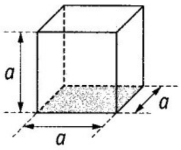
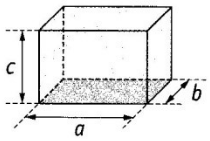
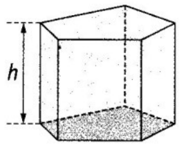
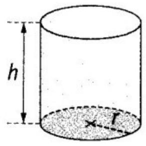
> Aires de figures planes

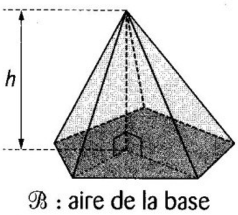
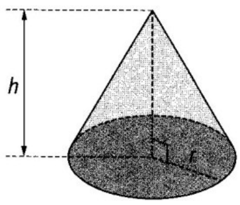
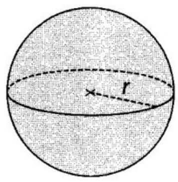
Carré	Rectangle	Parallélogramme	Triangle	Disque
				
$\mathcal{A} = c^2$	$\mathcal{A} = L \times \ell$	$\mathcal{A} = b \times h$	$\mathcal{A} = \dfrac{b \times h}{2}$	$\mathcal{A} = \pi \times R^2$

> Aires de solides

Cube	Prisme droit	Cylindre de révolution	Sphère
	 $\mathcal{P}$: périmètre de la base		
Aire totale $\mathcal{A} = 6a^2$	Aire latérale $\mathcal{A} = \mathcal{P}h$	Aire latérale $\mathcal{A} = 2\pi rh$	Aire totale $\mathcal{A} = 4\pi r^2$

> Volumes de solides

Cube	Pavé droit	Prisme droit	Cylindre de révolution
		 $\mathcal{B}$: aire de la base	
$\mathcal{V} = a^3$	$\mathcal{V} = abc$	$\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$	$\mathcal{V} = \pi r^2 h$

Pyramide	Cône de révolution	Boule
 $\mathcal{B}$: aire de la base		
$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$	$\mathcal{V} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$	$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

> Unités d'aires

$1\ \text{m}^2 = 100\ \text{dm}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2 = 1\,000\,000\ \text{mm}^2$

$1\ \text{m}^2 = 10^4\ \text{cm}^2$; $1\ \text{mm}^2 = 10^{-6}\ \text{m}^2$.

> Unités de volumes

$1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{dm}^3 = 1\,000\,000\ \text{cm}^3 = 10^9\ \text{mm}^3$

$1\ \text{m}^3 = 10^6\ \text{cm}^3$; $1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3$.

2. Solides de révolution

Associer chaque figure au solide obtenu lorsque la figure effectue un tour autour de l'axe bleu.

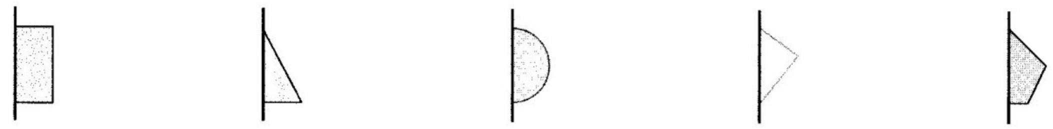
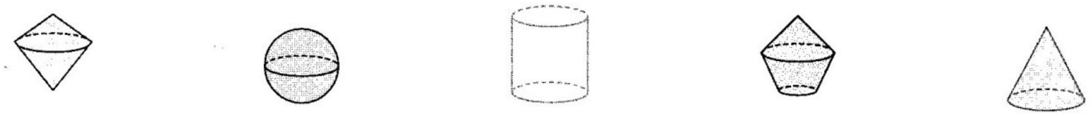
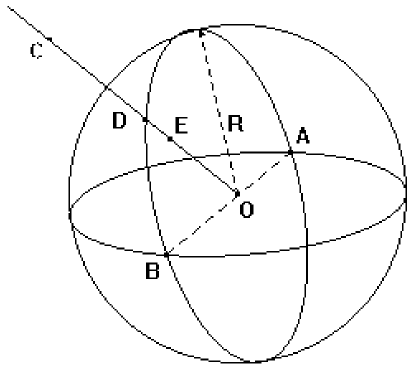


Figure A — Figure B — Figure C — Figure D — Figure E



Solide 1 — Solide 2 — Solide 3 — Solide 4 — Solide 5

3. Sphère et boule

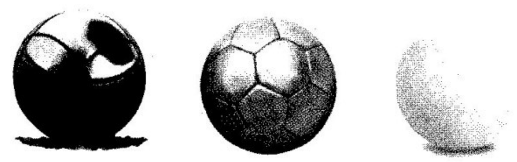


O est un point et R est un nombre positif

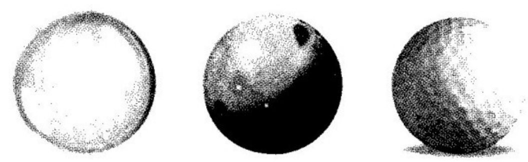
- La **<u>sphère</u>** est l'ensemble des points D de l'espace tels que OD = R
- La **<u>boule</u>** est l'ensemble des points E tels que OE ≤ R
- Le cercle de centre O et de rayon R s'appelle **<u>grand cercle</u>** de la sphère

L'aire de la sphère est $\mathcal{A} = 4\pi R^2$
Le volume de la boule est $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$

Sphère ou boule ?



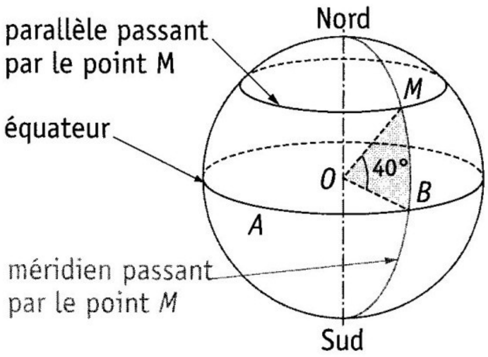
boule de pétanque — ballon de football — balle de ping-pong

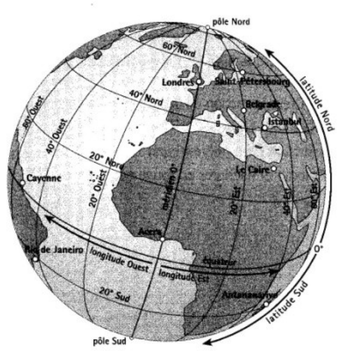


bulle de savon — bille — balle de golf

la Terre — la Géode — lustre

Exemple : la Terre



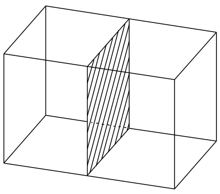


4. <u>SECTION PLANE DE SOLIDE</u>

Un solide est coupé par un plan.

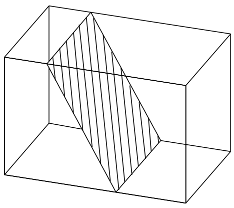
La surface obtenue s'appelle la **section du solide par le plan** ou **section plane du solide**

a. <u>Section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face.</u>



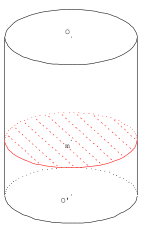
La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face est un rectangle de même dimension que cette face

b. <u>Section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête.</u>



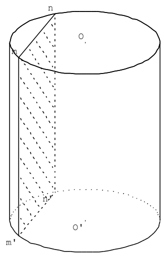
La section d'un parallélépipède rectangle par un <u>plan parallèle à l'une de ses arêtes</u> est un rectangle

c. <u>Section d'un cylindre par un plan parallèle à sa base</u>



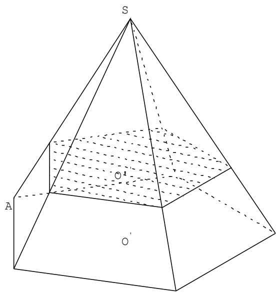
La section d'un cylindre par un <u>plan parallèle à la base</u> est un disque de même rayon que celui de la base.

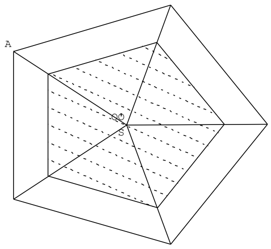
d. <u>Section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe</u>



L'intersection d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle

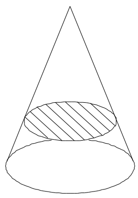
e. **Section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base.**

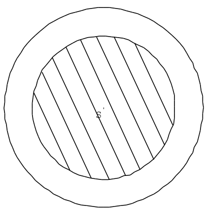




La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une figure de même nature que celle de la base (mais pas de mêmes dimensions).

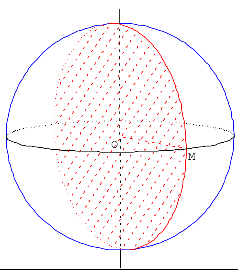
f. **Section d'un cône par un plan parallèle à sa base**

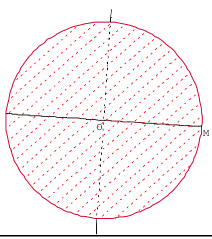




La section d'un cône par un plan parallèle à la base est un disque

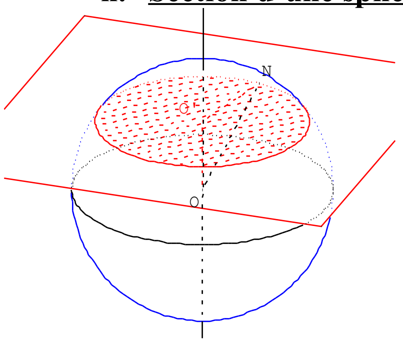
g. **Section d'une sphère par un plan contenant l'axe**





La section d'une sphère par un plan contenant l'axe est un grand disque de même rayon que la sphère. La sphère est alors partagée en 2 ***hémisphères***

h. Section d'une sphère par un plan perpendiculaire à l'axe



La section d'une sphère par un plan perpendiculaire à l'axe est un cercle de centre O'
*La sphère est alors partagée en 2 **calottes sphériques***

*Si OO' = rayon de la sphère : le plan est **tangent** à la sphère (contact en un seul point)*

5. Agrandissement et réduction

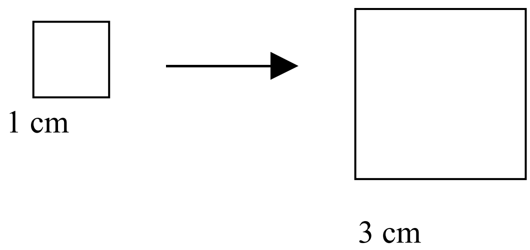
a. Définition :

On dit qu'on agrandit une figure par un nombre k si on multiplie toutes les dimensions de cette figure par k.
k est appelé coefficient d'agrandissement. ($k > 0$)

Il y a 2 cas de figures :

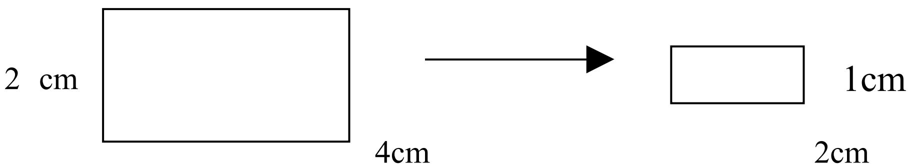
1er cas : $k > 1$ On dit que la figure est agrandie.

Ex : On a agrandi le carré par 3 (les longueurs des côtés ont été multipliées par 3 donc k=3)



2ème cas : $k < 1$ On dit que la figure est réduite.

Ex : on a multiplié les dimensions du rectangle par 0,5 (k=0,5).



b. Propriétés :

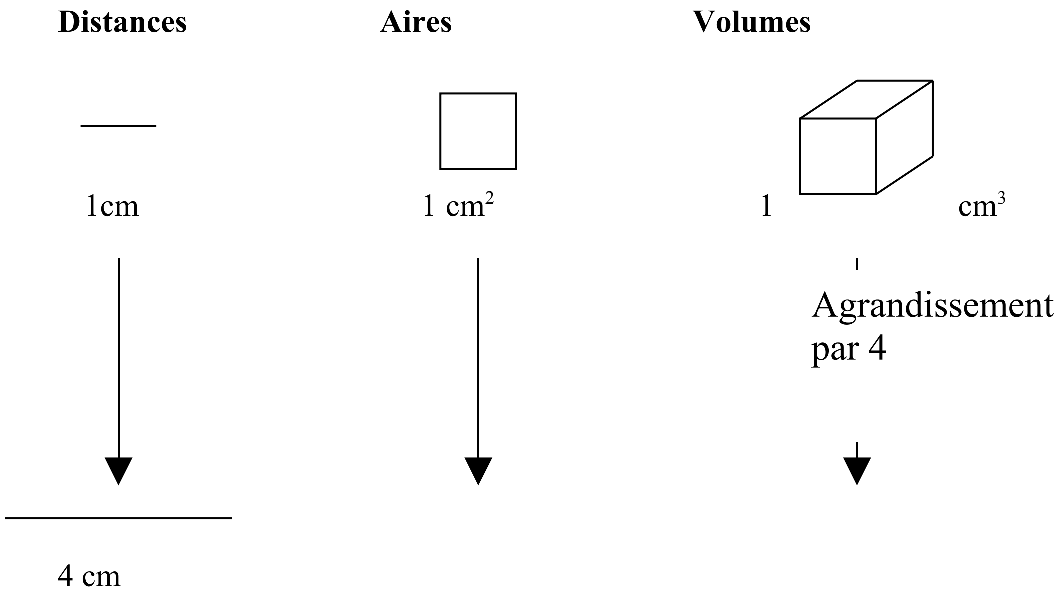
- effets sur les angles :

Ex : Construire un triangle ABC tel que AB=5cm ; AC=4cm et BC=3cm.
Mesurer les 3 angles du triangles.
Soit A'B'C' l'agrandissement de ABC avec k=1,5.

Calculer les dimensions de A’B’C’. Construire A’B’C’. Mesurer ses angles.

Propriété : Un agrandissement conserve les angles.

- <u>Effets sur les aires et les volumes :</u>



Propriété : **Soit un agrandissement de coefficient k :** **Les aires sont multipliées par k^2.** **$A' = k^2 \times A$** **Les volumes sont multipliés par k^3.** **$V' = k^3 \times V$**

<u>Exemples :</u>

1) Un triangle a une aire de 18,5 m^2. Quelle est l’aire du triangle obtenu après un agrandissement de coefficient 3,7 ?
2) Un cône a une base de rayon 51cm et 32cm de hauteur. Quelle est le volume du cône obtenu après une réduction au tiers ?
3) Une figure a une aire de 16,5 cm^2. Après transformation, elle a une aire de 103,125 cm^2. Est-ce une réduction ou un agrandissement ? Quel est le coefficient ?
4) On fait subir un agrandissement de coefficient 5 à une pyramide. La pyramide obtenue a un volume de 2000 cm^3. Quel était le volume de la pyramide de départ ?